# 1. Distribución exponencial

Si se toma una distribución gamma con $\alpha = 1$, se obtiene lo siguiente.

<u>Definición</u>: Se dice que una variable aleatoria $Y$ tiene distribución exponencial con parámetro $\beta > 0$ si y solo si la función de densidad de $Y$ es

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-\frac{y}{\beta}} & , \quad 0 < y < \infty \\ 0 & , \quad \text{en otro punto} \end{cases}$$

<u>Teorema</u>: Si $Y$ es una variable aleatoria con distribución exponencial y parámetro $\beta > 0$, entonces

$$\mu = E[Y] = \beta \text{ y } \sigma^2 = V(Y) = \beta^2.$$

El parámetro $\beta$ usualmente representará la media o el promedio del evento que modela la variable aleatoria $Y$.

<u>Ejemplo</u>. La magnitud de los terremotos registrados en una región de los Estados Unidos puede representarse mediante una distribución exponencial con media 2.4, de acuerdo a la escala de Richter. Calcule la probabilidad de que un terremoto en esta región rebase los 3.0 grados en la escala de Richter.

<u>Solución</u>.
Tenemos que $Y \sim \exp(2{,}4)$, y queremos $P(Y > 3{,}0)$, entonces

$$P(Y > 3{,}0) = \int_{3{,}0}^{\infty} \frac{1}{2{,}4} e^{-\frac{y}{2{,}4}}$$

Si realizamos un cambio de variable $v = \frac{y}{2{,}4} \Rightarrow 2{,}4dv = dy$, se tiene que

$$= \int_{\frac{3}{2{,}4}}^{\infty} e^{-v} dv = \left[-e^{-v}\right]_{\frac{3}{2{,}4}}^{\infty} = e^{-\frac{3}{2{,}4}} = 0{,}2865.$$

Por otro lado, si en vez de tener como valor esperado a $\beta$ se tiene $\frac{1}{\lambda}$, entonces la función de densidad se escribe:

$$f(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & , \quad 0 < y < \infty \\ 0 & , \quad \text{en otro punto} \end{cases}$$

Es claro, que ambas funciones representan lo mismo, la diferencia es el dato que da cada ejercicio. Fijese que en el ejercicio anterior nos decía que los terremotos se distribuian exponencial con media 2.4, es decir, que en promedio esa es la escala. En ese caso ese parámetro representa a $\beta$. Si quisieramos utilizar la notación con $\lambda$, entonces sería $\frac{1}{2{,}4}$.